

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**SAMARQAND DAVLAT VETERINARIYA MEDITSINASI,
CHORVACHILIK VA BIOTEXNOLOGIYALAR UNIVERSITETI**

Axborot texnologiyalari, tabiiy va aniq fanlar kafedrası o‘qituvchisi

Aktamova Vasila Uktamovnaning

Biotexnologiya fakulteti

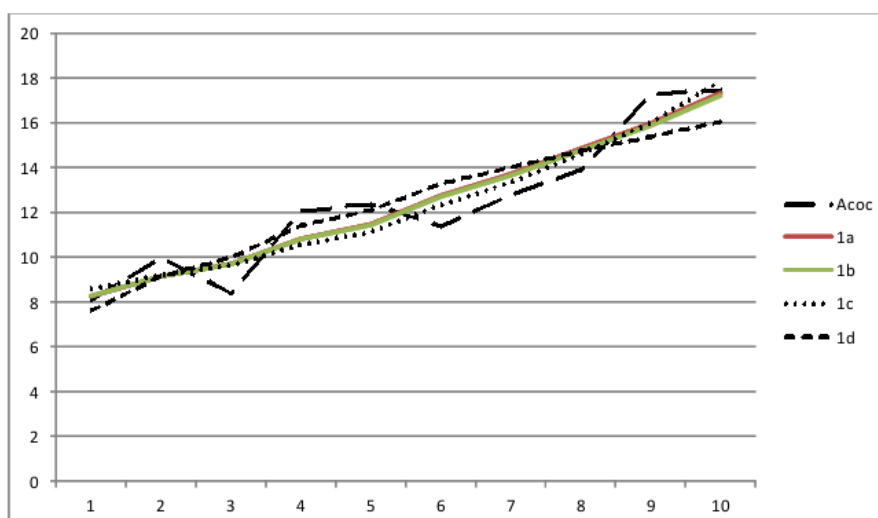
Biotexnologiya yo‘nalishi

1-bosqich 101-guruh talabalari uchun

Oliy matematika 1,2 fanidan

**Chiziqli regressiya tenglamasini tuzishda eng kichik kvadratlar
usuli**

AMALIY MASHG‘ULOT ISHLANMASI



Samarqand 2025

Tuzuvchi:

V.Aktamova - Samarqand davlat veterinariya meditsinasi, chorvachilik va biotexnologiyalar universiteti “Axborot texnologiyalari, tabiiy va aniq fanlar” kafedrası o‘qituvchisi.

Taqrizchilar:

H.O.Akbarov –

Samarqand agroinnovatsiyalar va tadqiqotlar instituti,
Raqamli texnologiyalar, turizm va gumanitar fanlar
kafedrası dotsenti v.v.b PhD

M.Mavlyanov –

Samarqand davlat veterinariya meditsinasi, chorvachilik va biotexnologiyalar universiteti. “Axborot texnologiyalari, tabiiy va aniq fanlar” kafedrası katta o‘qituvchisi.

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzishda eng kichik kvadratlar usuli
mavzusidagi
Amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Talabalar soni 21	2 soat
Mashg'ulot shakli	Amaliy mashg'ulot.
Amaliy mashg'ulot rejasi	1. Funktsional, statistik va korrelyatsion bog'lanishlar 2. Chiziqli regrissiyaning tanlanma tenglamasi 3. Korrelyatsiya koeffitsoyentini hisoblash formulalari 4. Chiziqli regressiya tenglamasini tuzishda eng kichik kvadratlar usuli Mavzu bo'yicha vazifalar bajarish
O'quv mashg'ulotining maqsadi	Mavzu bo'yicha ko'nikmalarini hosil qilish.
Pedagogik vazifalar:	O'quv faoliyati natijalari:
- Funktsional, statistik va korrelyatsion bog'lanishlar haqida tushuncha berish; - Chiziqli regrissiyaning tanlanma tenglamasini tuzishni o'rgatish; - Chiziqli regressiya tenglamasini tuzishda eng kichik kvadratlar usulini formulalar misolida tekshirish;	- Funktsional, statistik va korrelyatsion bog'lanishlar haqida tushunchaga ega bo'lish; - Chiziqli regrissiyaning tanlanma tenglamasini tuzishni mustaqil o'rganish; - Chiziqli regressiya tenglamasini tuzishda eng kichik kvadratlar usulini formulalar misolida mustaqil Excil dasturida tekshirish;
O'qitish usullari	namoyish, aqliy hujum, amaliy ish bajarish.

O'qitish vositalari	Doska, elektronniy doska, topshiriqlar, dasturiy ta'minotlar.
O'qitish shakllari	Yakka tartibda va jamoaviy
O'qitish sharoiti	Elektronniy doska va proyektor auditoriya.
Monitoring va baholash	Kuzatish, og'zaki baholash, savol- javob, kompyuterda amaliy ish bajarishiga qarab.

30-amaliy mashg'ulot: Chiziqli regressiya tenglamasini tuzishda eng kichik kvadratlar usuli

Reja:

1. Funktsional, statistik va korrelyatsion bog'lanishlar. Shartli o'rtacha.
2. Regressiya tenglamasi. Chiziqli regressiyaning tanlanma tenglamasi.
3. Korrelyatsiya koeffitsiyenti. Korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblash formulalari.
4. Korrelyatsiya koeffitsiyentining xossalari. Chiziqsiz regressiya. Korrelyatsion nisbat.

Iqtisodiy-ijtimoiy muammolarni korrelyasion-regression tahlil usullari bilan samarali modellashtirishda qarayotgan omillar o'rtasidagi eng yaxshi bog'lanish shakllarini tanlash katta rol o'ynaydi. Biz ushbu bo'limda ko'pchilik hollarda foydalaniladigan regressiya funksiyalarining matematik modellarini va modellardagi noma'lum parametrlarni aniqlash uchun eng kichik kvadratlar usuli bilan hosil qilingan normal tenglamalar tizimini keltiramiz.

Parametrlari aniq iqtisodiy ma'noga ega bo'lgan chiziqli regressiya ekonometrikada keng qo'llaniladi. Chiziqli regressiyaning umumiy ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$y_x = a + bx \text{ yoki } y = a + bx + \varepsilon. (2.1.1)$$

Agar $y_x = f(x)$ deb belgilasak, u holda $f(x) = a + bx$ tenglama tekislikda to'g'ri chiziqni tavsiflaydi. Shuning uchun $x = x_i$ bo'lgandagi $f(x_i) = a + bx_i$ nuqtalar to'g'ri chiziqdagi nuqtalar ordinatalarini ifodalaydi. Ularni $\hat{y}_i = f(x_i)$ deb belgilaymiz. Agar n ta $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), \dots, A_n(x_n, y_n), (0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n)$ nuqta berilgan bo'lsa, bu nuqtalar, umuman aytganda bir to'g'ri chiziqda yotishi ham mumkin. Bunday holda chiziqli regressiya to'g'ri chizig'i berilgan to'g'ri chiziq bilan usma-ust tushadi. Ammo bunday hol iqtisodiyotda kuzatilmaydi. Shu sababli $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalar koordinatalar tekisligining birinchi choragida joylashgan va bir to'g'ri chiziqda yotmaydi deb faraz qilamiz.

Chiziqli regressiya to'g'ri chizig'ini qurish uning (a va b) parametrlarini baholash (toppish) dan iborat.

Chiziqli regressiya parametrlarini baholashning turli usullari mavjud. Chiziqli regressiya parametrlarini baholashning klassik usullaridan biri **eng kichik kvadratlar usuli (EKKU)** dir.

EKKU ning mohiyati shundan iboratki $y_x = a + bx$ tenglamaning shunday qiymatlarini toppish imkoniyatini beradiki, natijada y belgining haqiqiy qiymatlari hisoblangan $\hat{y}_i$ nazariy qiymatlardan og'ishi (farqi) ning kvadratlari yig'indisi minimal darajada bo'ladi:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \min. (2.1.2)$$

Agar nuqtalardagi og'ishni $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$ deb belgilasak (2.1.2) quyidagi ko'rinish oladi:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \rightarrow \min.$$

$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$ ni $S(a, b)$ bilan belgilab quyidagi ifodani yozamiz:

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2. (2.1.3)$$

(2.1.2) ning minimum qiymatini topish uchun dastlab, (2.1.3) ifodadada a va b parametrlar bo'yicha xususiy hosilalarni topamiz hamda ularni nolga tenglashtirib ikki noma'lumli ikkita tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n y_i + 2na + 2b \sum_{i=1}^n x_i, \\ \frac{\partial S}{\partial b} &= -2 \sum_{i=1}^n y_i x_i + 2a \sum_{i=1}^n x_i + 2b \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 0. \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} -2 \sum_{i=1}^n y_i + 2na + 2b \sum_{i=1}^n x_i = 0, \\ -2 \sum_{i=1}^n y_i x_i + 2a \sum_{i=1}^n x_i + 2b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0. \end{cases}\end{aligned}$$

Oxirgi tenglamalar sistemasida elementar almashtirishlar orqali quyidagi normal tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i. \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar tizimidan a va b parametrlarni topish mumkin:

$$\begin{aligned}a &= \frac{(\sum x_i^2) \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i y_i)}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}, \\ b &= \frac{n \cdot (\sum x_i y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}.\end{aligned}$$

Topilgan parametr qiymatlarini mos ravishda a_0 va b_0 deb belgilaymiz. Shu a_0 va b_0 qiymatlarda $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \rightarrow \min$ shart bajariladi.

Chiziqli regrissiya tenglamasida b parametr **regrissiya koeffitsiyenti** deb ataladi. Uning qiymati ta'sir etuvchi omil bir birlikka o'zgarganda natijaviy omilning o'rtacha qanchaga o'zgarганиni ko'rsatadi.

Regrissiya tenglamasida a parametr y ning $x = 0$ bo'lgandagi qiymati. $a < 0$ bo'lganda $x = 0$ da a hech qanday iqtisodiy ma'noga ega bo'lmaydi.

Regrissiya tenglamasi doimo o'zgaruvchilarning bog'lanish zichligi bilan to'ldiriladi. Bunday ko'rsatkich sifatida **korrelyatsiya koeffitsiyentidan** foydalaniladi. Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentining turli shakllaridan foydalaniladi. Ularning ayrimlarini ko'rib o'tamiz.

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

yoki

$$r_{xy} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] \cdot [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymati $[-1; 1]$ oraliqda yotadi, ya'ni $-1 \leq r_{xy} \leq 1$.

O'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish zichligi darajasi quyidagi choddak jadvalidan foydalanib baholanadi:

2.1-jadvaldagi ma'lumotlar asosida hisoblangan chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti 0,93 ga teng bo'ladi (mustaqil tekshirib ko'rishingiz tavsiya qilinadi). Bu ishlab chiqarishga bo'lgan xarajat bilan ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi orasidagi bog'lanish juda ham yuqori ekanligini anglatadi.

$$1. \text{ Chiziqli funksiya } y = a_0 + a_1 x \quad \begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases} \quad (1.1)$$

3. Kubik parabola $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 + a_3 \sum x^3 = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 + a_3 \sum x^4 = \sum y \cdot x, \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 + a_3 \sum x^5 = \sum y \cdot x^2, \\ a_0 \sum x^3 + a_1 \sum x^4 + a_2 \sum x^5 + a_3 \sum x^6 = \sum y \cdot x^3. \end{cases} \quad (1.3)$$

5. Giperbola $y = a_0 + \frac{a_1}{x}$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y, \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x}. \end{cases} \quad (1.5)$$

6. k – darajali giperbola $y = a_0 + \frac{a_1}{x^k}$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x^k} = \sum y, \\ a_0 \sum \frac{1}{x^k} + a_1 \sum \frac{1}{x^{2k}} = \sum \frac{y}{x^k}. \end{cases} \quad (1.6)$$

7. Ko'rsatkichli funksiya $y = a_0 \cdot a_1^x$

$$\begin{cases} n \ln a_0 + \ln a_1 \sum x = \sum \ln y, \\ \ln a_0 \sum x + \ln a_1 \sum x^2 = \sum x \cdot \ln y. \end{cases} \quad (1.7)$$

8. Darajali (bir resursli ishlab chiqarish) funksiya $y = a_0 x^{a_1}$

$$\begin{cases} n \ln a_0 + a_1 \sum \ln x = \sum \ln y, \\ \ln a_0 \sum \ln x + a_1 \sum \ln^2 x = \sum \ln y \cdot \ln x. \end{cases} \quad (1.8)$$

9. Logarifmik funksiya $\ln y = a_0 + a_1 x$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum \ln y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum x \cdot \ln y. \end{cases} \quad (1.9)$$

10. Yarim logarifmik funksiya $y = a_0 + a_1 \ln x$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \ln x = \sum y, \\ a_0 \sum \ln x + a_1 \sum \ln^2 x = \sum y \cdot \ln x. \end{cases} \quad (1.10)$$

11. Logistik funksiya $y = \frac{a_0}{1 + a_1 \cdot e^{-bx}}$

Eng avvalo berilgan funktsiyani $\frac{a_0}{y} = 1 + a_1 e^{-bx}$ ko'rinishga keltiramiz, so'ngra eng kichik kvadratlar usuli bilan quyidagi tenglamalar tizimini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} a_0 \sum \frac{1}{y^2} + a_1 \cdot \left(- \sum \frac{e^{-bx}}{y} \right) = \sum \frac{1}{y}, \\ a_0 \cdot \left(- \sum \frac{e^{-bx}}{y} \right) + a_1 \cdot \sum e^{-2bx} = \sum e^{-bx}. \end{cases} \quad (1.11)$$

12. Neoklassik foydalilik Kobba-Duglas ishlab chiqarish funksiyasi

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \quad (a_1 + a_2 \leq 1).$$

Model darajasidagi parametrlarni aniqlash uchun, avvalo modelni logarifmik-chiziqli ko'rinishga o'zgartirish lozim:

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2.$$

Shundan so'ng normal tenglamalar tizimini tuzishda loga-rifmlardan foydalanamiz:

$$\begin{cases} n \ln a_0 + a_1 \sum \ln x_1 + a_2 \sum \ln x_2 = \sum \ln y, \\ \ln a_0 \sum \ln x_1 + a_1 \sum \ln^2 x_1 + a_2 \sum \ln x_1 \cdot \ln x_2 = \sum \ln x_1 \cdot \ln y, \\ \ln a_0 \sum \ln x_2 + a_1 \sum \ln x_1 \cdot \ln x_2 + a_2 \sum \ln^2 x_2 = \sum \ln x_2 \cdot \ln y. \end{cases} \quad (1.12)$$

Regressiya tenglamasining shaklini tanlashda quyidagilarga e'tibor qilish lozim:

1. Bog'lanishni umumiy shakli, bog'lanishning tabiati va xusu-siyatiga nisbatan professional tushuncha mos kelishi kerak.

2. Imkoni boricha interpretasiya va amaliy qo'llashda oson bo'l-gan tenglamalarning eng sodda shakllaridan foydalanish kerak. Boshlang'ich ma'lumotlarning grafik tasviri - tarqoqlik diagram-masi va regressiyaning empirik chiziqlari regressiyalarini teng-lama shakllarini tanlashda yordam beradi.

Murakkab iqtisodiyot tizimini (mamlakat, ayrim tarmoqlar, zavod, fabrika, sex, uchastka, firmalar va hokazolarning iqtiso-diyoti) ishlab chiqarish faoliyatini o'rganishda uning tarkibiga kiruvchi har bir iqtisodiy birlik (tarmoq, korxona, sex, uchastka va hokazo) ishlab chiqarishda har xil omillar sarflanishlari (xom ashyo, elektr quvvati, mehnat resurslari va hokazo) o'rtasidagi bog'lanishni ifodalovchi funktsiya va ishlab chiqarilayotgan mahsulot hajmi bilan tasvirlanadi.

Endi ikki omilli chiziqli modelni qaraylik:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (2.16)$$

a_0, a_1, a_2 parametrlar quyidagi tenglamalar tizimini yechish orqali topiladi:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 = \sum y, \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 = \sum y x_1, \\ a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1 x_2 + a_2 \sum x_2^2 = \sum y x_2. \end{cases} \quad (2.17)$$

Bunda to'plamli korrelyatsiya koeffitsiyenti quyidagicha topiladi:

$$R_{yx_1 x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} r_{yx_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}} \quad (2.18)$$

$r_{yx_1}, r_{yx_2}, r_{x_1 x_2}$ - korrelyatsiya koeffitsiyentlari (2.15) formulaga o'xshash formulalar orqali hisoblanadi:

$$\begin{cases} r_{yx_k} = \frac{\overline{x_k \cdot y} - \bar{x}_k \cdot \bar{y}}{\sigma_{x_k} \cdot \sigma_y}, \\ r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 \cdot x_2} - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_{x_2}}, \end{cases} \quad (k=1; 2) \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} \sigma_{x_k} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_k^{(i)} - \bar{x}_k)^2} = \sqrt{\bar{x}_k^2 - (\bar{x}_k)^2}, \\ \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2}. \end{cases} \quad (k=1; 2) \quad (2.20)$$

Misol: Bizga 10 yillik o'rtacha daromad X va o'rtacha iste'mol Y (mln. so'm) berilgan. 1-jadval.

Jadval ma'lumotlariga asosanib Y ning X faktorga bog'liqligini chiziqli, darajali, ko'rsatkichli funk. ko'rinishida ifodalang va optimal modelni tanlang (model bahosini tekshirishda o'rtacha aproksimasiya xatosi (A) va Fisher kriteriyasi).

Yillar	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
X	10,5	11,6	12,3	13,7	14,5	16,1	17,3	18,7	20,1	21,8
Y	8,12	10	8,41	12,1	12,4	11,4	12,8	13,9	17,3	17,5

Yechish:

1a. $y = a + bx$ ko'rinishdagi chiziqli regressiya tenglamasi bo'yicha masalani yechish uchun a va b ga nisbatan quyidagi normal tenglamalar sistemasini yechamiz:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasini yechishda bizga quyidagilarni aniqlash kerak bo'ladi.

$$\sum x, \sum y, \sum x^2, \sum y \cdot x$$

N	X	Y	XY	X ²	Y ²	Yx	Y-Yx	Ai
1	10,5	8,12	85,26	110,25	65,9344	8,2515	-0,1315	1,619458
2	11,6	10	116	134,56	100	9,1348	0,8652	8,652
3	12,3	8,41	103,443	151,29	70,7281	9,6969	-1,2869	15,30202
4	13,7	12,1	165,77	187,69	146,41	10,8211	1,2789	10,56942
5	14,5	12,4	179,8	210,25	153,76	11,4635	0,9365	7,552419
6	16,1	11,4	183,54	259,21	129,96	12,7483	-1,3483	11,82719
7	17,3	12,8	221,44	299,29	163,84	13,7119	-0,9119	7,124219
8	18,7	13,9	259,93	349,69	193,21	14,8361	-0,9361	6,734532
9	20,1	17,3	347,73	404,01	299,29	15,9603	1,3397	7,743931
10	21,8	17,5	381,5	475,24	306,25	17,3254	0,1746	0,997714
Jami	156,6	123,93	2044,413	2581,48	1629,383	123,9498	0	78,12291
O'rtacha	15,66	12,393	204,4413	258,148	162,9383			7,812291
σ	3,593383	3,058071						
σ^2	12,9124	9,351801						

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \bar{x^2} - \bar{x}^2 \\ \sigma_y^2 &= \bar{y^2} - \bar{y}^2 \end{aligned}$$

$\sigma_x - X$ kvadratik og'ishning o'rtachasi;

$\sigma_y - Y$ kvadratik og'ishning o'rtachasi;

$$b = \frac{cov(x,y)}{\sigma_x^2} = \frac{\bar{y}\bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} = \frac{204,441 - 12,393 \cdot 15,66}{258,148 - 15,66^2} = 0,803$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 12,393 - 0,803 \cdot 15,66 = -0,180$$

Bundan regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$y_x = -0,180 + 0,803 \cdot x$$

Regressiya tenglamasidan quyidagi xulosaga kelish mumkin, agar o'rtacha daromadni 1 million so'mga oshirs o'rtacha iste'mol hajmi 0,803 mln so'mga oshadi.

Korrelyasiya koeffitsiyentni hisoblaymiz.

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,803 \cdot \frac{3,59}{3,05} = 0,94517$$

Determinasiya koeffitsiyenti

$$d = r^2 = (0,94517)^2 = 0,893347$$

O'rtacha A aproksimasiya xatosini topamiz:

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - y_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{78,123 \cdot 100\%}{10} = 7,8$$

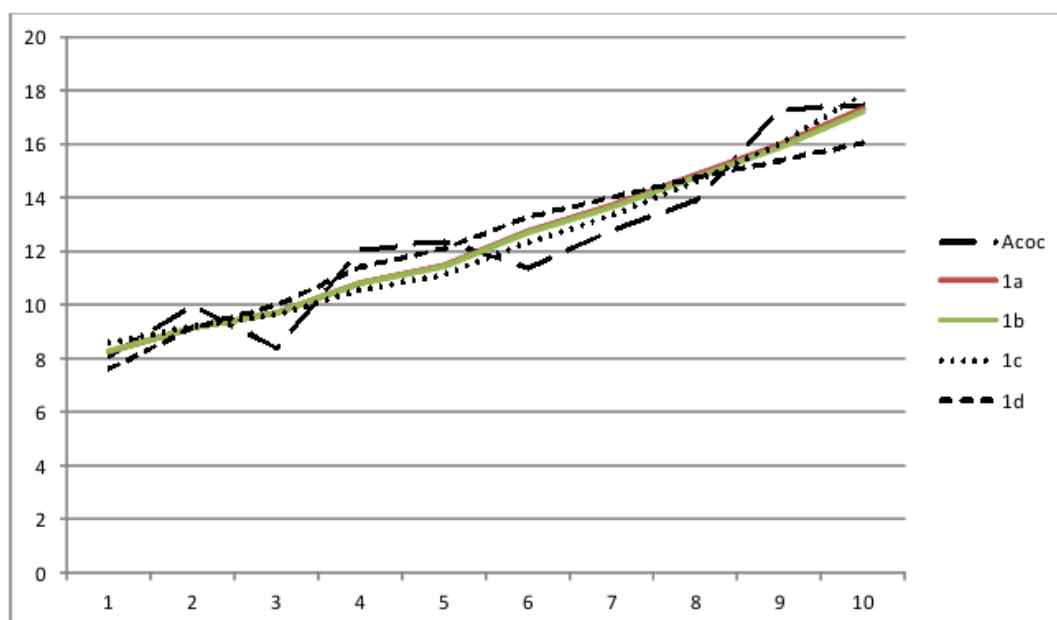
O'rtacha hisob qiymati faktik qiymatdan 7,8% chetlanishini anglatadi.

F-Fisher kreteriyasini hisoblaymiz:

$$F_{fak} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \cdot (n - 2) = \frac{0,893347}{0,106653} \cdot 8 = 67,01$$

$$F_{tab} = 3,07 < F_{fak}$$

N	X	Y	XY	X2	Y2	Yx	Y-Yx	(Y-Yx)^2	Ai
1	1,021189	0,909556	0,928829	1,042828	0,827292	8,264448	-0,14445	0,020865	1,778915
2	1,064458	1	1,064458	1,133071	1	9,133886	0,866114	0,750153	8,661135
3	1,089905	0,924796	1,00794	1,187893	0,855248	9,687339	-1,27734	1,631596	15,18834
4	1,136721	1,082785	1,230824	1,292134	1,172424	10,79462	1,305383	1,704025	10,78829
5	1,161368	1,093422	1,269865	1,348776	1,195571	11,42755	0,972447	0,945652	7,842311
6	1,206826	1,056905	1,2755	1,456429	1,117048	12,69384	-1,29384	1,674018	11,34946
7	1,238046	1,10721	1,370777	1,532758	1,225914	13,64389	-0,84389	0,712143	6,592858
8	1,271842	1,143015	1,453734	1,617581	1,306483	14,75261	-0,85261	0,726938	6,13386
9	1,303196	1,238046	1,613417	1,69832	1,532758	15,86166	1,43834	2,068823	8,314105
10	1,338456	1,243038	1,663752	1,791466	1,545144	17,20878	0,291219	0,084809	1,664109
Jami	11,83201	10,79877	12,8791	14,10125	11,77788	123,4686	0	10,31902	78,31338
O'rtacha	1,183201	1,079877	1,28791	1,410125	1,177788			1,031902	7,831338
σ	0,100804	0,10795							
σ^2	0,010162	0,011653							



Foydalanilgan adabiyotlar

1. K.Sh.Ruzmetov, G'.X.Djumabayev. "Matematika" "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", T.:2018.(darslik)
2. Q 2.Ruzmetov. "Matematika", Vneshinvestprom, T.:2020(darslik)
3. B.Abdalimov. "Oliy matematika" "O'qituvchi", T.: 1994.(darslik)
4. Гмурман В.Е. Э́хтимоллар назарияси ва математик статистика. – Т.: "Ўқитувчи", 2003. – 366 б
5. Qarshimoyev X.Q., Djalilov Sh.A. Ekonometrika: o'quv qo'llanma. – T.: "IQTISOD-MOLIYA", 2020 yil. – 488 bet.
6. K.Ruzmetov."Matematika".O'zbekiston xalqaro islom akademiyasi T.:2021y (o'quv qo'llanma).
7. B.Abdalimov va boshqalar. "Oliy matematikadan masalalar bo'yicha qo'llanma" "O'qituvchi" T.:1985(qo'llanma).
8. Soatov E.U. Oliy matematika kursi. 1,2 tom, O'qituvchi, 1994.

Axborot manbalari:

1. <https://ziyonet.uz/>
2. <https://ssuv.uz/uz>
3. <http://mathhelpplanet.com/>
4. <http://www.reshebnik.ru/>
5. <https://math.sememstr.ru/>
6. <https://www.wolframalpha.com/>
7. <https://math.microsoft.com/ru>
8. <https://www.mathway.com/LinearAlgebra>