

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**SAMARQAND DAVLAT VETERINARIYA MEDITSINASI,
CHORVACHILIK VA BIOTEXNOLOGIYALAR UNIVERSITETI**

**AXBOROT TEXNOLOGIYALARI, TABIIY VA ANIQ FANLAR
KAFEDRASI**

O'qituvchisi Otoboyeva Aziza Shakirovnaning "Biotexnologiya va ekologiya"
fakulteti 1-bosqich 101- guruh, talabalari uchun "Oliy matematika 1,2" fanidan
"Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish"
mavzusidagi

**AMALIY DARS MASHG'ULOTI
ISHLANMASI**

Samarqand 2026

Tuzuvchi:

A.Otoboyev - Samarqand davlat veterinariya meditsinasi, chorvachilik va biotexnologiyalar universiteti Axborot texnologiyalari, tabiiy va aniq fanlar kafedrası o'qituvchisi

Taqrizchilar:

F.O.Husanov– Samarqand iqtisodiyot va servis instituti “oliy matematika” kafedrası v.b.dotsenti

M.Mavlyanov – Samarqand davlat veterinariya meditsinasi, chorvachilik va biotexnologiyalar universiteti Axborot texnologiyalari, tabiiy va aniq fanlar kafedrası katta o'qituvchisi

**“Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish”
mavzusi bo'yicha amaliy dars olib borish texnologiyasi**

<i>Talabalar soni</i> 23	2 soat
<i>Mashg'ulot shakli</i>	amaliy
<i>Amaliy ma'g'ulot rejasi</i>	1. Chiziqli tenglamalar sistemasini echish usullari bilan tashishish 2. Chiziqli tenglamalar sistemasini echishning gauss usulini mohiyatini tushunib etish 3. Chiziqli tenglamalar sistemasini echishning Kramer qoidasi yordamida yechish.
<i>O'quv mashg'ulotining maqsadi</i>	Mavzu bo'yicha ko'nikmalarini hosil qilish.
<i>Pedagogik vazifalar:</i>	<i>O'quv faoliyati natijalari:</i>
- Chiziqli tenglamalar haqida tushunchaga ega bo'lish; - Chiziqli tenglamalar sistemasini echishning turli usullari bilan tanishish; - Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi orqali echishni o'rganadi	- Chiziqli tenglamalar tushunchalarini to'liq'icha anglab etadi; - Chiziqli tenglamalar haqida to'liq tasavvurga ega bo'ladi; - Chiziqli tenglamalar sistemasini turli usullar orqali echishni o'rganadi;
<i>O'qitish usullari</i>	namoyish, aqliy hujum, insert texnikasi.
<i>O'qitish vositalari</i>	Doska, kompyuter, topshiriqlar, tarqatma materiallar.
<i>O'qitish shakllari</i>	Frontal, kollektiv, guruhda ishlash.
<i>O'qitish sharoiti</i> <i>Monitoring va baholash</i>	Elektron doska bilan ta'minlangan auditoriya. Kuzatish, og'zaki baholash, savol- javob, test savollari.

T/r	Mashg'ulot bosqichlari	Ajratilgan vaqt	Mashg'ulot mazmuni	Ta'lim metodlari	Ta'lim vositalari
1.	Tashkiliy qism	5	Salomlashish. Yo'qlama qilish. Guruh tayyorgarligini tekshirish, xona tozalagini tekshirish	Kuzatuv	Doska, mel, kompyuter kitob
2.	Kirish qismi (motivasiya)	10	O'quvchilarga Aniq integral haqida tushunchalar berish.	Baholash mezon Insert	Doska, mel
3.	Yangi mavzuni bayoni	30	Aniq integralni hisoblash usullari va uni taqdbiqi haqida	kompyuter	Proektor, doska,

					kompyuter
4.	Mustahkam lash (qo'llash)	30	Oquvchilarga yangi mavzu bo'yicha vazifalar topshirilib. Vazifalar asosida mavzu mustaxkamlanadi, o'quvchilar baholanadi.	mavzuni mustaxkamlash uchun savollar	doska, mel
5.	Yakuniy qism	5	Uyga vazifa: Bugungi yangi mavzuni mustahkamlash		

Mavzu: Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish.

Darajasi birga teng bo'lgan noma'lumlar qatnashgan tenglamaga chiziqli tenglama deyiladi. Agar bunday tenglamalar bir nechta bo'lsa, ular sistemani tashkil qiladi va uni chiziqli tenglamalar sistemasi deb ataladi. Ikki yoki uch noma'lumli tenglamalar sistemasi yechilganda, undagi har bir tenglama bilan aniqlanadigan geometrik figuralarning kesishishidan hosil bo'ladigan bitta nuqtaning koordinatalari (x -abssissasi, y -ordinatasi, z -aplekatasi) topiladi.

Ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2. \end{cases} \quad (1)$$

Yechilishi. Ikki yoki uch noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish uchun quyidagi tartibda ish yuritiladi:

1) Sistemadagi x va y noma'lumlar oldidagi koeffitsientlardan asosiy determinant tuziladi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

2) Sistemadagi x yoki y oldidagi koeffitsientlarni ozod sonlar bilan almashtirish orqali yordamchi determinantlar tuziladi. Bunda Δ_x determinantni tuzish uchun x ning koeffitsientlari, Δ_y determinantni tuzish uchun esa y ning koeffitsientlari ozod sonlar bilan almashtiriladi:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}; \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Kramer formulalari:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}. \quad (4)$$

Misol 1.
$$\begin{cases} 3x + 5y = 2; \\ 5x + 9y = 4. \end{cases}$$

Kramer qoidasi yordamida yechilishi:
$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = 27 - 25 = 2;$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 20 = -2; \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 10 = 2;$$

$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-2}{2} = -1 \\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1; \\ y = 1. \end{cases} \Rightarrow A(x; y) = A(-1; 1).$$

Uch noma'lumli uchta chiziqli tenglamalar sistemasi:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1; \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2; \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3. \end{cases} \quad (5)$$

Kramer qoidasi yordamida yechish.

Asosiy determinant tuziladi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Yordamchi determinantlar tuziladi:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Kramer formulalari:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}; \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}. \quad (8)$$

Misol 2.

$$\begin{cases} 2x + y - 5z - 3 = 0; \\ 3x - 5y + 2z - 1 = 0; \\ 5x - 6y + 3z - 6 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 5z = 3; \\ 3x - 5y + 2z = 1; \\ 5x - 6y + 3z = 6. \end{cases}$$

Kramer qoidasi yordamida yechish.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 3 & -5 & 2 \\ 5 & -6 & 3 \end{vmatrix} = 2 * (-5) * 3 + 1 * 2 * 5 + 3 * (-6) * (-5) - (-5) * (-5) * 5 - 1 * 3 * 3 -$$

$$- 2 * (-6) * 2 = -30 + 10 + 90 - 125 - 9 + 24 = -30 - 125 - 9 + 10 + 90 + 24 =$$

$$= -164 + 124 = -40; \quad \Delta = -40.$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 1 & -5 & 2 \\ 6 & -6 & 3 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} * 3 * \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -6 & 3 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} * 1 * \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} * (-5) * \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 6 & -6 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 * (-15 + 12) - (3 - 12) - 5 * (-6 + 30) = -9 + 9 - 120 = -120 ;$$

$$\Delta_x = -120.$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 3 \end{vmatrix} = (-1)^{3+1} * 5 * \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{3+2} * 6 * \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{3+3} * 3 * \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 5 * (6 + 5) - 6 * (4 + 15) + 3 * (2 - 9) = 55 - 114 - 21 = 55 - 135 = -80 ;$$

$$\Delta_y = -80 .$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & 1 \\ 5 & -6 & 6 \end{vmatrix} = \begin{matrix} + & + & + \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & 1 \\ 5 & -6 & 6 \end{matrix} \begin{matrix} - & + & - \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & 1 \\ 5 & -6 & 6 \end{matrix} = -60 + 5 - 54 + 75 + 12 - 18 =$$

$$= -60 - 54 - 18 + 5 + 75 + 12 = -132 + 92 = -40;$$

$$\Delta_z = -40.$$

$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-120}{-40} = 3 \\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-80}{-40} = 2 \\ z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-40}{-40} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3; \\ y = 2; \\ z = 1; \end{cases} \Rightarrow A(x; y; z) = A(3; 2; 1).$$

Misol 3. Quyidagi berilgan misolni Kramel usulida bajaring.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = -4 \\ x - y + 2z = 5 \\ 4x + 5y - z = 2 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -36$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -4 & 3 & -5 \\ 5 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = -72 ;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -4 & -5 \\ & 1 & 5 & 2 \\ & 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 36;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 5 \\ & 4 & 5 & 2 \end{vmatrix} = -36$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 2 ; y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -1 ; z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 1$$

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

Quyidagi uch no'malumli uchta chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yeching:

$$1. \begin{cases} 3x + 4y + 7z = -11; \\ -2x - 5y - 15z = 4; \\ 4x - 3y + 5z = 6. \end{cases} \quad \text{Javobi: } x=-2, y=-3, z=-1.$$

$$2. \begin{cases} -5x + 7y - 4z + 5 = 0; \\ 3x - 8y + 3z + 2 = 0; \\ 2x + 5y + 5z - 3 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x + y - 5z - 3 = 0 \\ 3x - 5y + 2z - 1 = 0 \\ 5x - 6y + 3z - 6 = 0 \end{cases}$$

Tarqatma materialdan mavzuga doir misollar, dars davomida ketma-ket echib boriladi.

Kramer qoidasi yordamida yeching:

1. $\begin{cases} 2x + 3y + 1 = 0; \\ 5x + 4y - 1 = 0. \end{cases}$ Javobi: $x=1, y=-1$, 2. $\begin{cases} 2x - 3y - 5 = 0; \\ 4x - 5y - 7 = 0. \end{cases}$ Javobi: $x=-2, y=-3$
3. $\begin{cases} 4x + 9y = -7; \\ x + 3y = 5. \end{cases}$ Javobi: $x=-22, y=9$. 4. $\begin{cases} 2x - 3y = 22; \\ -3x - 4y = 1. \end{cases}$ Javobi: $x=5, y=-4$.

Quyidagi uch no'malumli uchta chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usuli va Kramer qoidasi yordamida yeching:

1. $\begin{cases} 2x - 11y + 3z = -2; \\ 3x + 13y + 5z = -4; \\ 4x - 17y - 2z = 12. \end{cases}$ Javobi: $x=2, y=0, z=-2$.
2. $\begin{cases} 3x - 5y + 7z = 9; \\ 2x - 4y - 5z = 6; \\ -5x + 2y - 3z = -15. \end{cases}$ Javobi: $x=3, y=0, z=0$.
3. $\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -11; \\ -2x - 5y - 15z = 4; \\ 4x - 3y + 5z = 6. \end{cases}$ Javobi: $x=-2, y=-3, z=-1$.
4. $\begin{cases} -5x + 7y - 4z + 5 = 0; \\ 3x - 8y + 3z + 2 = 0; \\ 2x + 5y + 5z - 3 = 0. \end{cases}$ Javobi: $x=4, y=1, z=-2$.
5. $\begin{cases} 2x - 3y + z = -5; \\ x + 2y - 4z = -9; \\ 5x - 4y + 6z = 5. \end{cases}$ Javobi: $x=-1, y=2, z=3$.
6. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 16; \\ x_1 + 7x_2 + x_3 + x_4 = 23; \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 10; \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1. \end{cases}$ Javobi: $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 0, x_4 = 1$.

Misol 4. Dorixona uch xildagi xom ashyoni ishlatib, uch turdagi dori ishlab chiqaradi, ishlab chiqarish xarakteristiklari jadvalda berilgan:

Xom ashyo xillari	Dori turlari bo'yicha xom ashyo sarflari			Xom ashyo zahirasi
	1	2	3	
1	5	12	7	2000
2	10	6	8	1660
3	9	11	4	2070

Mavjud xom ashyo zaxirasini ishlatib, dori turlari bo'yicha ishlab chiqarish hajmini aniqlang.

Yechilishi. Ishlab chiqarilishi rejalashtirilgan dorilar hajmini mos ravishda x , y , z bilan belgilaymiz. U holda

$$\begin{cases} 5x + 12y + 7z = 2000; \\ 10x + 6y + 8z = 1660; \\ 9x + 11y + 4z = 2070. \end{cases}$$

Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Kramer usulidan foydalanib $x=70$, $y=120$, $z=30$ yechim topilsin

Foydalanilgan adbiyotlar:

1. K.Sh.Ruzmetov, G'.X.Djumabayev. "Amaliy matematika" "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", T.:2018.(darslik).
- 2.B.Abdalimov. "Oliy matematika" "O'qituvchi", T.: 1994.(darslik).
- 3.Q.Ruzmetov. "Matematika", Vneshinvestprom, T.:2020(darslik).
4. P.Z.Davronov, M.T.Mavlyanov, S.H.Eshonqulov. Oliy matematika: 2013. Uslubiy qo'llanma

Axborot manbaalari

<https://ziyonet.uz/>
<https://unilibrary.uz/>
<https://arm.ssuv.uz/>
<http://mathhelpplanet.com/>
<http://www.reshebnik.ru/>
<https://math.semestr.ru/>

Samarqand davlat veterinariya meditsinasi, chorvachilik va
biotexnologiyalar universiteti
«Axborot texnologiyalari, tabiiy va aniq fanlar»
kafedrası o'qituvchisi Otoboyeva Aziza Shakirovnaning "Biotexnologiya
va ekologiya" fakulteti 1-bosqich, 101-guruh talabalariga "Oliy matematika 1,2"
fanidan "Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish"
mavzusida tayyorlagan ochiq amaliy mashg'ulot ishlanmasiga

TAQRIZ

Mazkur ishlanma o'quv dasturi, sillabus va kalendar reja talablariga to'liq mos keladi. Unda fanga oid yangiliklar hamda elektron resurslar keltirilgani talabalarning mavzu bo'yicha mustaqil izlanish olib borishiga qulay sharoit yaratadi.

Ishlanma materiallari yuqori darajada tizimlashtirilgan. Har bir bosqich mantiqiy ketma-ketlikda qurilgan bo'lib, talabalarni yangi tushunchalar bilan bosqichma-bosqich tanishtiradi. Bu esa mavzuni izchil va samarali o'zlashtirish imkonini beradi. Oddiy misollardan murakkabroq masalalarga o'tish usuli talabalarning bilim olish qobiliyatlariga mos, aniq va tushunarli tarzda qo'llanilgan.

Tayyorlangan taqdimot va tarqatma materiallar mavzuni to'liq qamrab olgan. Ular dars jarayonida ham, mustaqil ta'lim olishda ham talabalar uchun qulay vosita bo'lib xizmat qiladi.

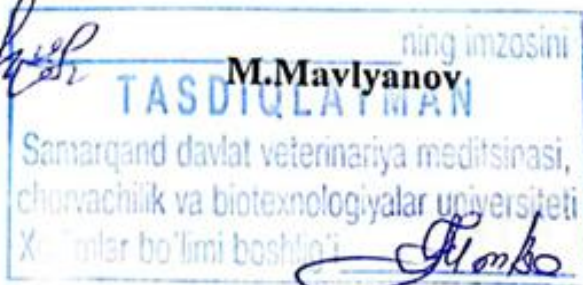
Xulosa qilib aytganda, A. Otoboyeva tomonidan tayyorlangan "Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish" mavzusidagi amaliy mashg'ulot ishlanmasi yuqori metodik sifatga ega. U amaliy qo'llash ko'nikmalarini shakllantirishga qaratilgan bo'lib, o'quv jarayonida qo'llanilishi uchun tavsiya etiladi.

SamDVMCHBU Axborot texnologiyalari,
tabiiy va aniq fanlar kafedrası
katta o'qituvchisi:



[Handwritten signature]

M. Mavlyanov



Samarqand davlat veterinariya meditsinasi, chorvachilik va biotexnologiyalar universiteti «Axborot texnologiyalari, tabiiy va aniq fanlar» kafedrasida o'qituvchisi Otoboyeva Aziza Shakirovnaning "Biotexnologiya va ekologiya" fakulteti 1-bosqich, 101 guruh talabalariga "Oliy matematika 1,2" fanidan "Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish" mavzusidagi ochiq amaliy mashg'ulot ishlanmasiga

TAQRIZ

A.Otoboyevaning "Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish" mavzusidagi amaliy mashg'ulot ishlanmasi mavzuni o'zlashtirish uchun mo'ljallangan bo'lib, uni tayyorlashda talabalarning bilim olish qobiliyatlariga mos, aniq va tushunarli usldan foydalanilgan. Ishlanma mavzuni bosqichma-bosqich, oddiy misollardan murakkabroq masalalarga o'tish orqali samarali o'zlashtirish imkonini beradi.

Mashg'ulot materiallari yuqori darajada tizimlashtirilgan bo'lib, har bir bosqich mantiqiy ketma-ketlikda talabalarni yangi tushunchalar bilan tanishtiradi. Bu talabalarga mavzuni izchil o'zlashtirish imkoniyatini beradi.

Tayyorlangan taqdimot va tarqatma materiallar mavzuning qamrab olgan. Bu talabalarga nafaqat darsda, balki mustaqil ta'lim olish jarayonida ham qulaylik yaratadi.

Ishlanma mazmuni va rejalashtirilishi o'quv dasturi va kalendar rejasiga to'liq mos keladi.

Ishlanmada fanga oid yangiliklar va elektron resurslar keltirilganligi talabalarning mavzu doirasida mustaqil izlanishlar olib borishiga yordam beradi.

Xulosa qilib aytadigan bo'lsak, A.Otoboyeva tomonidan tayyorlangan "Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi yordamida yechish." mavzusidagi amaliy mashg'ulot ishlanmasi yuqori metodik sifatga ega bo'lib, amaliy qo'llash ko'nikmasini shakllantirishga qaratilgan.

Mazkur ishlanma o'quv jarayonida qo'llanilishi uchun tavsiya etiladi.

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

"Oliy matematika" kafedrasining b. dotsenti



SamiSI

XODIMLAR BO'LIMI BOSHLOG'I

F.O.Husanov

